

طراحی راکتور پیشرفته

مرجع: طراحی راکتورهای شیمیایی، لون اشپیل

مدرس: یگانه داودبیگی

جلسه پنجم

$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} 0 & t \neq t_0 \\ \infty & t = t_0 \end{cases}$$

تابع را منحنی توزیعی فرض می‌کنند که در تمامی زمان‌ها صفر است به جز در $t = t_0$ که مقدار آن بی‌نهایت است. یعنی سطح زیر منحنی یک است اما پهنای منحنی صفر در نظر گرفته می‌شود.

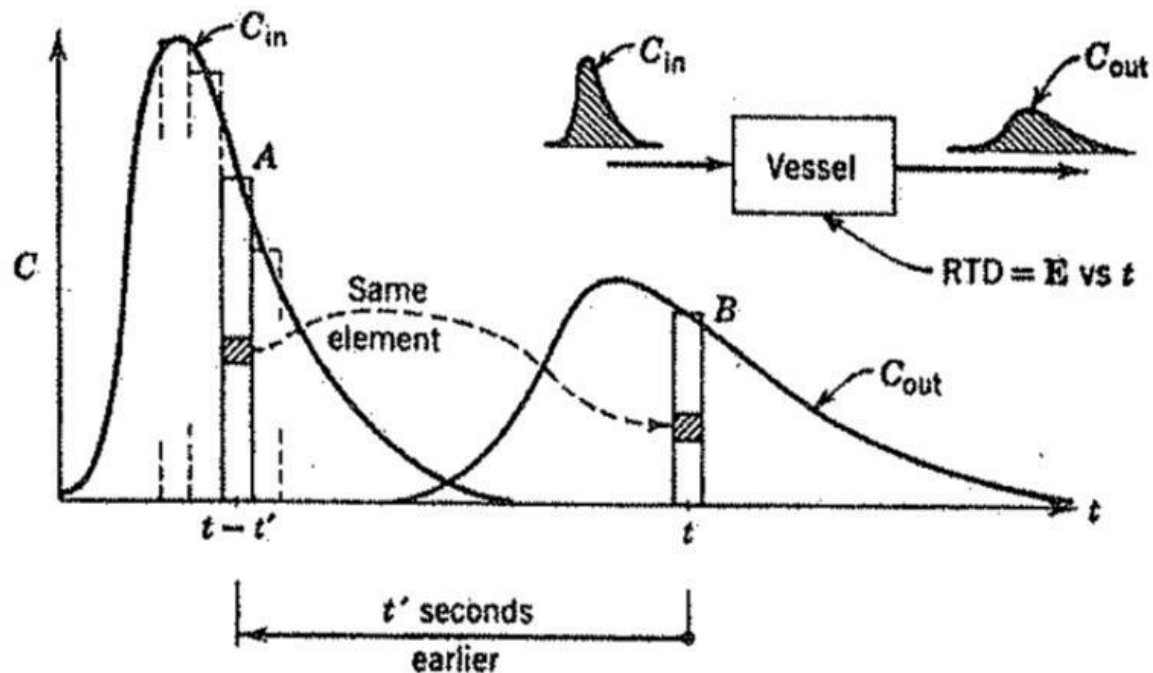
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = 1$$

$$\int_a^b \delta(t - t_0) dt = \begin{cases} 1 & t_0 \in [a, b] \\ 0 & t_0 \notin [a, b] \end{cases}$$

$$\int_a^b \delta(t - t_0) \cdot F(t) \cdot dt = \begin{cases} F(t_0) & t_0 \in [a, b] \\ 0 & t_0 \notin [a, b] \end{cases}$$

انتگرال پیچ: Convolution Integral

فرض کنید ردیابی را با تزریق یک ماده رنگی با منحنی تغییرات $C_{in}(t)$ وارد ظرف معینی کرده‌ایم. اگر ظرف یا راکتور Plug flow ایده‌آل باشد، در خروجی همان منحنی را خواهیم داشت. در حالت کلی و برای ظرف غیرایده‌آل منحنی C_{in} پس از عبور از ظرف تغییر شکل یافته و منحنی دیگری $C_{out}(t)$ خواهد داد. عامل این تغییرات نحوه جریان سیال در داخل ظرف (منحنی RTD) یا منحنی E می‌باشد.



$$\left[\begin{array}{l} \text{ردیاب خروجی} \\ \text{از مستطیل B} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{تمام ردیاب که } t' \text{ ثانیه زودتر از } t \text{ وارد} \\ \text{و در داخل ظرف بمدت } t \text{ ثانیه باقی مانده‌اند} \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{ردیاب خروجی در} \\ \text{مستطیل B} \end{array} \right] = \sum \left[\begin{array}{l} \text{ردیاب در} \\ \text{مستطیل A} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \text{جزئی از ردیاب در} \\ \text{مستطیل A که} \\ \text{حدود } t' \text{ ثانیه در} \\ \text{ظرف باقی میماند} \end{array} \right]$$

تمام مستطیلهای A که زودتر از زمان t وارد شده‌اند

در حالت حدی سیگما به انتگرال تبدیل می شود. بنابراین داریم:

$$C_{out}(t) = \int_0^t C_{in}(t - t') E(t') dt'$$

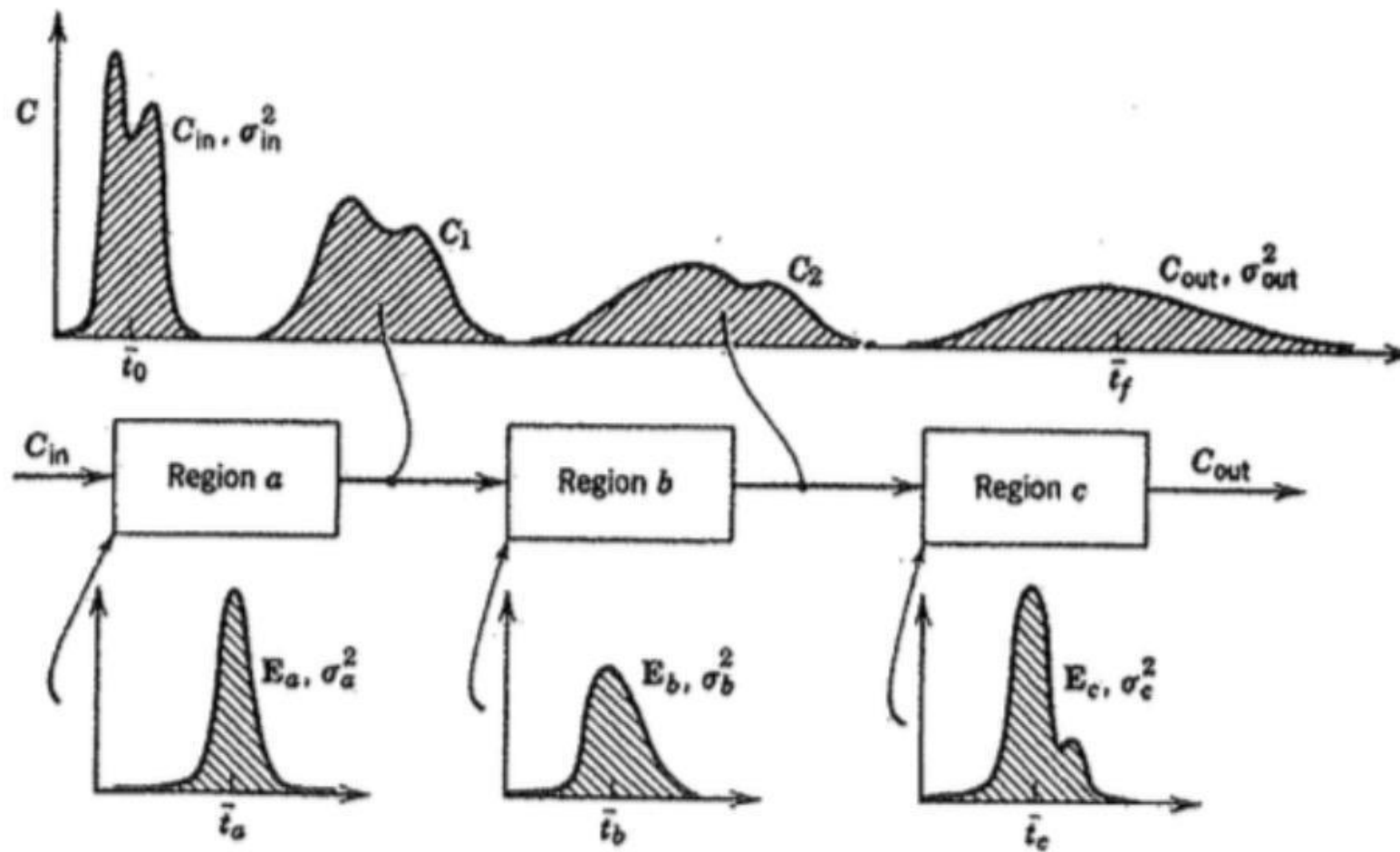
$$C_{out}(t) = \int_0^t C_{in}(t') E(t - t') dt'$$



$$C_{out} = C_{in} * E$$

اصطلاحاً گفته می شود که C_{out} کانولوشن C_{in} با مقدار E است.

فرض کنید سه راکتور داریم که بصورت سری به یکدیگر متصل شده‌اند. منحنی تغییرات غلظت ردیاب در خروجی راکتورها بصورت نشان داده شده در شکل خواهد بود.



دو حالت ممکن است پیش بیاید:

حالت اول: تابع C_{in} معلوم و توابع توزیع زمان اقامت E_a ، E_b و E_c نیز مشخص است و می‌خواهیم تابع C_{out} را تعیین کنیم.

$$\left. \begin{aligned} C_1 &\equiv C_{in} \cdot E_a \\ C_2 &\equiv C_1 \cdot E_b \\ C_3 &\equiv C_{out} \equiv C_2 \cdot E_c \end{aligned} \right\} C_{out} \equiv C_{in} \cdot E_a \cdot E_b \cdot E_c$$

به این کار کانوولوشن می‌گویند.

حالت دوم: تابع C_{in} معلوم است، E_a و E_c نیز مشخص است و C_{out} را اندازه می‌گیریم. بنابراین می‌توان تابع توزیع E_b را تعیین نمود که این کار را دکانوولوشن کردن می‌گویند.

کانوولوشن، ساده و امکان‌پذیر است ولی دکانوولوشن یعنی پیدا کردن تابع توزیع E_b مشکل است.

* واریانس خاصیت جمع‌پذیری دارد.

$$\sigma^2_{out} = \sigma^2_{in} + \sigma^2_a + \sigma^2_b + \sigma^2_c$$